

天山乌鲁木齐河源1号冰川底部 应变和应力的观测研究

——人工冰洞研究之二

黄茂桓 王仲祥 宋根海

(中国科学院兰州冰川冻土研究所)

天山乌鲁木齐河源1号冰川人工冰洞研究的基本情况和主要结果, 前已发表^[1]。这里着重介绍洞壁应变观测, 分析其应变规律, 进而估算其应力状态, 深入探讨该冰川内部的流动特征。

一、测点布置与观测方法

如图1所示, 在冰洞靠近冰川中心一侧的洞壁, 一共布置了16个应变观测圆以观测其变形, 16个应变观测圆组成6个观测断面, 其中A、B、C和E、F断面分别由两个观测

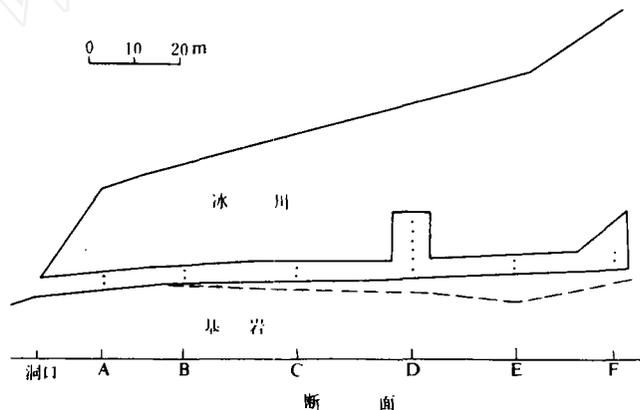


图1 冰洞内应变观测断面位置示意图

Fig. 1. The profile showing the strain observed sections in the tunnel

圆组成, D断面位于一高7.5米的侧洞里, 由6个观测圆组成。主洞高2—2.2米。各断面的水平距离及观测圆中心的高度列于表1。

应变观测圆由嵌入洞壁内的9个小桩组成(图2)。圆的直径约为500毫米, 用直径7毫米的铅笔作小桩, 嵌入冰壁上的钻孔内, 并紧紧固定在冰体内。钻孔深8—10厘米。以中心一点为极坐标原点, 圆周上8点大致按45°间隔排列。观测时用钢尺量测各点与坐标原点的距离, 用量角器量测各点与水平线交角, 分别准确数到1毫米和0.5度。

表 1 各观测断面的距离及各应变观测的高度
Table 1. The distance between the observed sections and the height of observed circles

| 断 面 | 应 变 观 测 圆 | 圆 心 至 洞 底 高 度 (cm) | 断 面 间 距 (m) |
|-----|--|--|-------------|
| 进 口 | | | |
| | | | 10 |
| A | A-1 A-2 | 110 60 | 7 |
| B | B-1 B-2 | 127 77 | 12 |
| C | C-1 C-2 | 95 45 | |
| | | | 13 |
| D | D-1 D-2 D-3 D-4 D-5 D-6 | 600 500 400 300 200 100 | 13 |
| E | E-1 E-2 | 95 45 | 10 |
| F | F-1 F-2 | 95 45 | |

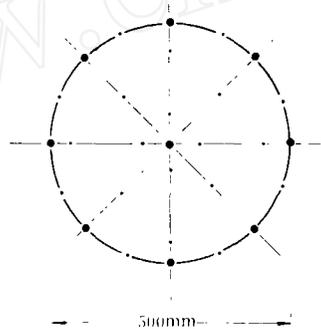


图 2 应变观测圆上的测点

Fig. 2. The sketch showing the points in a strain circle observed

观测圆于1983年1月13日设置完毕并进行首次观测。此后,又于4月19日、9月9日和11月28日进行了三次观测。各次观测结果准备刊于《天山冰川站年报II》。

二、应 变

1. 计算 方法

首先假定所观测的变形发生在一个主平面上,即假定进行变形观测的冰洞壁为该处冰川变形的一个主平面。这样便可将观测到的数据作平面变形来处理,实测发现冰洞走向不完全平行冰的流线,有一个不大于20°的夹角,这给计算结果造成一定的误差。

其次, 假定所观测部分冰的变形为均匀变形, 即假定变形前冰壁上一直线变形后仍保持为一直线, 变形前冰壁上的一组互相平行的直线变形后仍保持互相平行。这样可以引用均匀变形的公式进行计算。但冰川冰的变形不完全是均匀变形, 也会造成一些误差。

根据这两个假定, 冰面上任意一点 $p_i(x_i, y_i)$ 随冰体变形移动到 $P_i(X_i, Y_i)$ 的位置, 则有

$$\begin{aligned} dX_i &= \frac{\partial X}{\partial x} dx_i + \frac{\partial X}{\partial y} dy_i \quad ; \\ dY_i &= \frac{\partial Y}{\partial x} dx_i + \frac{\partial Y}{\partial y} dy_i \end{aligned} \quad (1)$$

因为是均匀变形, 故 $\partial X/\partial x$, $\partial X/\partial y$, $\partial Y/\partial x$ 和 $\partial Y/\partial y$ 可看作常数。如果给出不在一直线上的三点 $p_i(x_i, y_i)$ ($i=1, 2, 3$) 及其移动后的三个位置 $P_i(X_i, Y_i)$ ($i=1, 2, 3$), 则可解出这四个常数^[2]。有了这四个数, 便可决定相应的应变椭圆及其参数, 用来描述这个面上的应变特性。

我们一共进行了四次观测, 这里首先分析第一次观测与第四次观测的结果, 即以1983年1月13日的数据为 $p_i(x_i, y_i)$, 以同年11月28日的数据为 $P_i(X_i, Y_i)$ 。

以圆心为一点, 圆周上相间 45° 的两点为另两点, 这样三点便可以求出一组常数 $\partial X/\partial x$, $\partial X/\partial y$, $\partial Y/\partial x$ 和 $\partial Y/\partial y$, 一共可以求出八组; 若以圆心为一点, 圆周上相间 90° 的两点为另两点, 又可以求出另八组这样的常数。将这16组常数除去可疑值外求算术平均, 作为应变椭圆的四个常数。计算结果列于表2, 图3给出各应变椭圆。

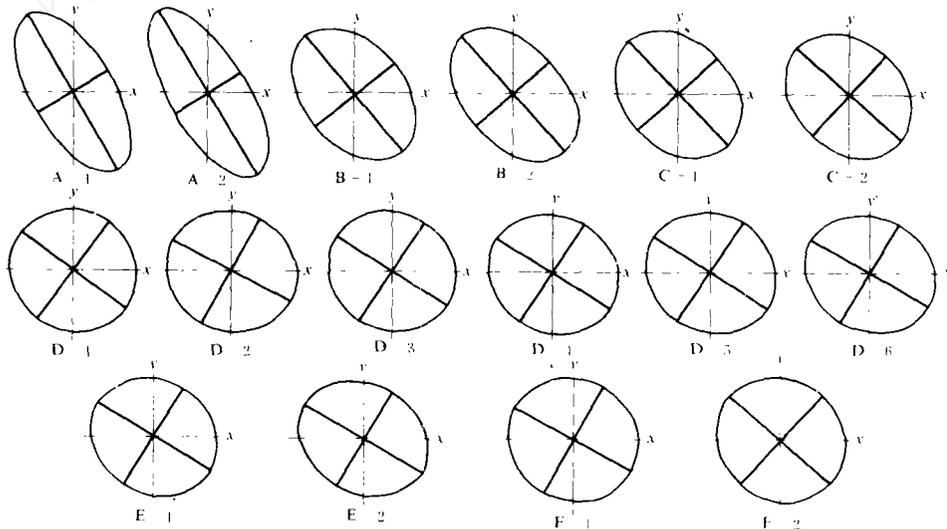


图3 各断面的应变椭圆

Fig. 3. Strain ellipses of observed sections

表 2 应变及应变率参数计算结果
Table 2. The calculated components of strain and strain rate

| 位置 | $\frac{\partial X}{\partial x}$ | $\frac{\partial X}{\partial y}$ | $\frac{\partial Y}{\partial x}$ | $\frac{\partial Y}{\partial y}$ | 椭圆长轴 | 椭圆短轴 | 椭圆长轴 倾角($^{\circ}$) | 旋转 ($^{\circ}$) | 最大剪 应变 | 面积收 缩率 (%) | 主应变率 ($\dot{\gamma}$) | | | |
|-----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------|-------|--------------------------|----------------------|-----------|------------------|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | | | | | | | | | | $\dot{\epsilon}_1^C$ | $\dot{\epsilon}_2^C$ | $\dot{\epsilon}_1^H$ | $\dot{\epsilon}_2^H$ |
| A 1 | 0.898 | 0.006 | 0.751 | 1.003 | 1.400 | 0.647 | 59.86 | 21.7 | 0.356 | 9.48 | 0.468 | -0.413 | 0.394 | -0.510 |
| A 2 | 0.928 | 0.006 | 0.907 | 0.971 | 1.502 | 0.603 | 59.16 | 25.6 | 0.380 | 9.40 | 0.587 | -0.464 | 0.476 | -0.592 |
| B 1 | 0.965 | 0.012 | 0.385 | 0.957 | 1.168 | 0.794 | 50.28 | 11.7 | 0.249 | 7.23 | 0.197 | -0.241 | 0.182 | -0.270 |
| B 2 | 0.989 | 0.004 | -0.427 | 0.951 | 1.209 | 0.777 | 48.66 | 12.3 | 0.276 | 6.08 | 0.244 | -0.261 | 0.222 | -0.296 |
| C 1 | 0.981 | 0.000 | -0.246 | 0.964 | 1.103 | 0.857 | 46.66 | 7.2 | 0.188 | 5.48 | 0.121 | -0.168 | 0.115 | -0.181 |
| C 2 | 0.995 | 0.003 | -0.216 | 0.944 | 1.088 | 0.863 | 41.57 | 6.3 | 0.174 | 6.16 | 0.102 | -0.160 | 0.098 | -0.173 |
| D 1 | 0.991 | 0.003 | -0.051 | 0.974 | 1.008 | 0.957 | 36.21 | 1.6 | 0.048 | 3.05 | 0.010 | -0.050 | 0.010 | -0.051 |
| D 2 | 1.015 | -0.027 | -0.060 | 0.955 | 1.038 | 0.932 | 27.99 | 1.0 | 0.094 | 3.24 | 0.045 | -0.080 | 0.044 | -0.082 |
| D 3 | 0.997 | -0.012 | -0.081 | 0.950 | 1.026 | 0.922 | 32.67 | 2.0 | 0.091 | 5.36 | 0.030 | -0.091 | 0.030 | -0.094 |
| D 4 | 1.007 | 0.005 | -0.114 | 0.949 | 1.041 | 0.918 | 32.61 | 3.5 | 0.106 | 4.37 | 0.048 | -0.096 | 0.048 | -0.100 |
| D 5 | 1.011 | -0.033 | -0.076 | 0.958 | 1.046 | 0.924 | 32.70 | 1.3 | 0.106 | 3.37 | 0.053 | -0.089 | 0.052 | -0.092 |
| D 6 | 1.009 | -0.083 | -0.054 | 0.934 | 1.050 | 0.894 | 30.32 | 0.9 | 0.130 | 6.16 | 0.059 | -0.125 | 0.057 | -0.132 |
| E 1 | 1.008 | -0.041 | -0.095 | 0.935 | 1.049 | 0.895 | 31.53 | 1.6 | 0.128 | 6.17 | 0.057 | -0.123 | 0.056 | -0.130 |
| E 2 | 1.013 | -0.062 | -0.102 | 0.917 | 1.060 | 0.870 | 30.54 | 1.2 | 0.150 | 7.75 | 0.070 | -0.152 | 0.068 | -0.162 |
| F 1 | 1.009 | 0.021 | -0.066 | 0.976 | 1.021 | 0.965 | 28.14 | 2.5 | 0.052 | 1.43 | 0.025 | -0.040 | 0.024 | -0.041 |
| F 2 | 0.994 | -0.012 | -0.064 | 0.984 | 1.028 | 0.950 | 41.98 | 1.6 | 0.071 | 2.32 | 0.033 | -0.058 | 0.032 | -0.060 |

2. 应变椭圆的长轴和短轴

图4将应变椭圆的长轴和短轴点绘在一起,如图所示,各应变椭圆长轴均大于1(拉伸),短轴均小于1(压缩),长轴由洞口往里不断变短,短轴由洞口往里不断变长,最后两者均接近于1。即从外至里,变形越来越小,但无论何地,短轴与1之差值均大于长轴与1之差值,即压缩变形大于伸长变形,以压缩为主。

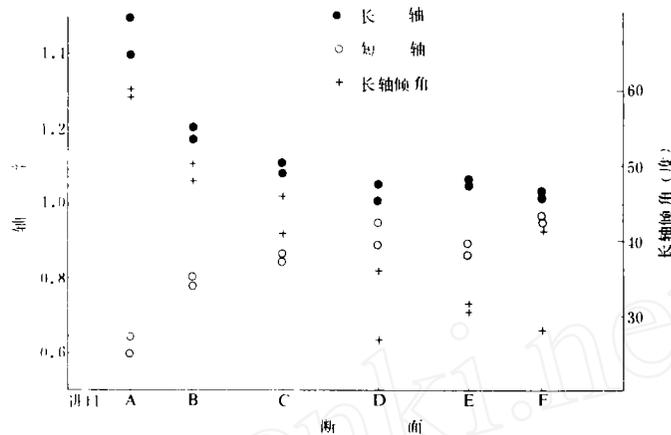


图4 各断面应变椭圆长短轴及长轴倾角

Fig. 4. The major axis, minor axis and inclination of major axis of strain ellipse of observed sections

3. 应变主轴的方位

应变椭圆长轴和短轴的方位为应变主轴方位。图4绘出各处的应变主轴方位,用应变椭圆长轴同水平线的夹角表示,自水平方位顺时针方向度量。如图所示,应变椭圆长轴倾角变化在 60° 到 28° 之间,同水平线的夹角由洞口往里不断减少,大致以C断面为界,C断面往外,此夹角大于 45° ,C断面往里,此夹角小于 45° 。如果着眼于反映压缩方向的椭圆短轴方位,就可以看到,C断面往外,此短轴同水平线夹角小于 45° ,C断面往里,此夹角大于 45° 。也就是说,在造成压缩的过程中,C断面往外,水平推力大于垂直压力;C断面往里则相反,垂直压力大于水平推力。由洞口往里,水平推力相对不断下降,而垂直压力相对不断提高。

4. 旋 轴

计算表明,变形同时发生旋转。一般来说,冰洞里面的旋转量很小,小于 3° ,难以准确量度。旋转顺时针方向。但向着洞口,旋转量猛增,从C断面到B断面此量翻一番,从B断面到A断面又翻一番(图5)。

5. 最大剪应变

图5对各处最大剪应变值作了对比,由图可见,最大剪应变大致由洞口往里不断

减少。我们知道,最大剪应变发生在两应变主轴的二等分线方向,即应变椭圆外接矩形的对角线方向。

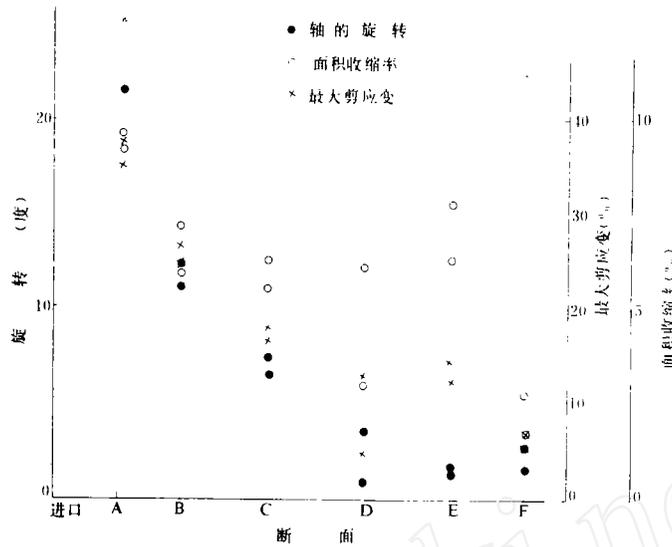


图5 各断面的旋转量、最大剪应变值及收缩率

Fig. 5. The rotation, maximum shear strain and contract ratio of strain ellipse of observed sections

6. 面积收缩率

各断面变形后面积收缩率也示于图5。各断面均为收缩。数值在1.4%到9.5%之间,从洞口往里,看不出明显的变化规律。下面将要谈到,这部分收缩将被冰壁的膨胀所补偿。

7. 主应变率

我们分别用伸长应变(又称柯西伸长 $\dot{\epsilon}^C$)和自然应变(又称亨基伸长 $\dot{\epsilon}^H$)两种方法表示应变^[3, 4]。我们知道,自然应变在代数上始终小于相应的伸长应变。再将主轴方向上的应变值除以应变经历的时间,得出主应变率,即主轴方向上单位时间的应变,也分别用两种方法表示,绘于图6。不难看出主应变率具有图4所示应变椭圆主轴同样的规律性,即一主轴应变率为正(拉伸),一主轴应变率为负(压缩)。由洞口往里,张应变率和压应变率数值均不断减小,最后接近于零。但无论何地,压应变率均大于张应变率。

三、应 力

1. 计算方法

设冰具有不可压缩性,即

$$\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3 = 0, \quad (2)$$

便可求出 $\dot{\epsilon}_3$,从而得出整个应变张量或应变率张量,式中 $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2$ 为前面分析得出的两

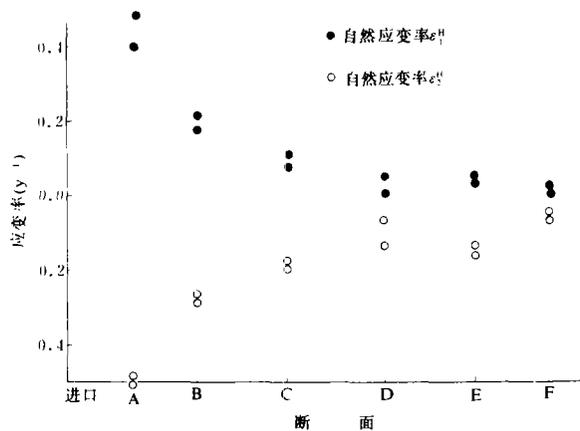


图 6 各断面的主应变率

Fig. 6. The principal strain rate of observed sections

个主应变率, $\dot{\epsilon}_3$ 为冰洞壁法向的主应变率。

三个主应变率 $\dot{\epsilon}_1$, $\dot{\epsilon}_2$ 和 $\dot{\epsilon}_3$ 求出后, 代入

$$2\dot{\epsilon}^2 = \dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2, \quad (3)$$

便可求出有效应变率 $\dot{\epsilon}$, 从而由格林定律

$$\dot{\epsilon} = A\tau^n \quad (4)$$

求出有效剪应力 τ 。因

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= A\tau^{n-1} \sigma'_1 \\ \dot{\epsilon}_2 &= A\tau^{n-1} \sigma'_2 \\ \dot{\epsilon}_3 &= A\tau^{n-1} \sigma'_3 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

则不难求出主轴方位上的三个应力偏量 σ'_1 , σ'_2 和 σ'_3 。

我们知道, 应力偏量与应力之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_1 &= \sigma_1 - \sigma \\ \sigma'_2 &= \sigma_2 - \sigma \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - \sigma \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

式中: σ_1 , σ_2 和 σ_3 —— 与 σ'_1 , σ'_2 和 σ'_3 相应方位上的应力;

σ —— 静水压力或称平均压力。

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (7)$$

在 Z 轴方位, 冰面裸露, 压力解除, 故

$$\sigma_3 = 0.$$

将求得的 σ'_1 , σ'_2 , σ'_3 和 $\sigma_3 = 0$ 代入(6)式, 便可解出 σ_1 , σ_2 和 σ , 从而决定了整个应力张量。

在进行计算时, 考虑到应变率数值较大, 选用适合表达大应变的自然应变来表示^[4]

(4)式中的参数 n 和 A , 暂时按 Paterson 的推荐^[5], 考虑到冰洞内温度接近 0°C , 选用

$$n = 3,$$

$$A = 5 \times 10^{-15} \text{ (秒}^{-1} \text{ 千帕}^{-3} \text{)}.$$

计算结果列于表 3。

表 3 应力张量计算结果
Table 3. The estimated components of stress tensor

| 位 置 | 有效应变率 $\dot{\epsilon}(\text{y}^{-1})$ | 有效应力 $\tau(\text{kPa})$ | 静水压力 $\sigma(\text{kPa})$ | 应力偏量 (kPa) | | 应 力 (kPa) | | 最大剪应力 $\gamma_{\max}(\text{kPa})$ |
|-----|--|----------------------------|------------------------------|-------------|-------------|------------|------------|--------------------------------------|
| | | | | σ'_1 | σ'_2 | σ_1 | σ_2 | |
| A-1 | 0.463 | 143.2 | -36.0 | 121.7 | -157.7 | 85.7 | -193.8 | 139.8 |
| A-2 | 0.543 | 151.0 | -32.1 | 132.4 | -164.5 | 100.2 | -196.6 | 148.4 |
| B-1 | 0.238 | 114.7 | -42.3 | 87.5 | -129.9 | 45.2 | -172.2 | 108.7 |
| B-2 | 0.266 | 119.1 | -32.8 | 99.3 | -132.1 | 66.4 | -164.9 | 115.6 |
| C-1 | 0.158 | 100.2 | -41.7 | 72.6 | -114.3 | 31.0 | -155.9 | 93.4 |
| C-2 | 0.150 | 98.3 | -48.8 | 64.4 | -113.2 | 15.6 | -162.0 | 88.8 |
| D-1 | 0.047 | 67.0 | -59.1 | 13.7 | -72.7 | -45.4 | -131.8 | 43.2 |
| D-2 | 0.071 | 76.8 | -41.4 | 47.2 | -88.6 | 5.7 | -130.0 | 67.8 |
| D-3 | 0.084 | 80.9 | -62.3 | 29.2 | -91.5 | -33.1 | -153.8 | 60.4 |
| D-4 | 0.086 | 81.8 | -49.5 | 45.0 | 94.4 | 4.5 | -143.9 | 69.7 |
| D-5 | 0.080 | 79.8 | -39.9 | 51.9 | -91.8 | 12.0 | -131.8 | 71.9 |
| D-6 | 0.114 | 89.8 | -58.5 | 44.9 | -103.4 | -13.5 | -161.9 | 74.2 |
| E-1 | 0.113 | 89.5 | -58.9 | 44.1 | -103.0 | -14.9 | 161.9 | 74.0 |
| E-2 | 0.141 | 96.4 | -64.4 | 46.5 | -110.9 | -17.9 | -175.2 | 78.7 |
| F-1 | 0.036 | 61.0 | -28.7 | 41.4 | -70.1 | 12.6 | -98.8 | 55.7 |
| F-2 | 0.052 | 69.0 | -36.4 | 43.2 | -79.6 | 6.8 | -116.0 | 61.4 |

2. 主 应 力

因为 $\sigma_3 = 0$ ，故可用表达平面应力状态的平面莫尔应力圆来表示各处的应力状态（图7）。如图所示，莫尔圆的中心偏于压应力一边，呈以压应力为主的张力加压力状态，

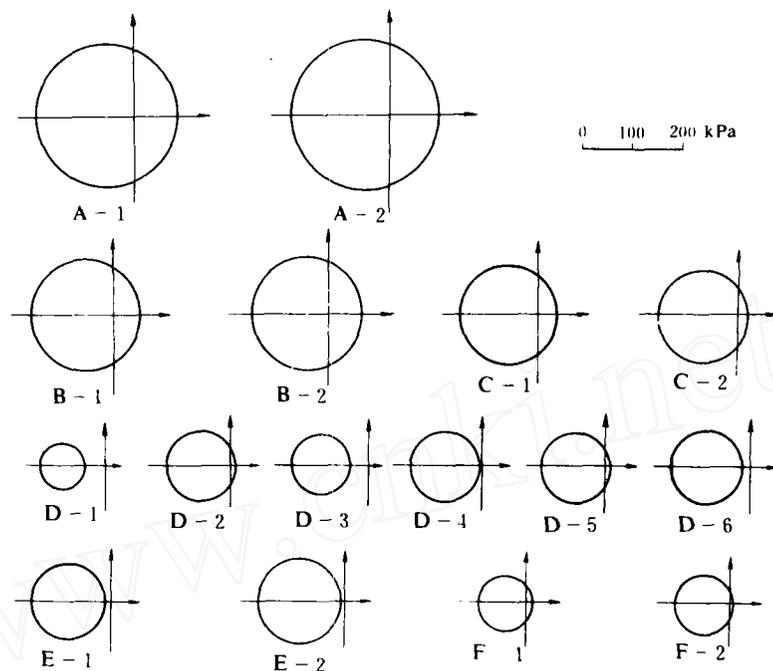


图7 各断面的莫尔应力圆

Fig. 7. The Mohr's figures of observed sections

或者完全处于压力状态。总的看来，莫尔圆的大小由洞口往里有不断缩小的趋向，自上而下略有增大的趋向。还可以看出，由洞口往里，圆的左侧主应力由A断面的将近-200千帕不断减小到F断面的-100千帕；而圆的右侧的主应力则由A断面的将近100千帕往里减少，到D，E和F断面，减少到零左右。

3. 最大剪应力

最大剪应力

$$\gamma_{\max} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

相等于图7中莫尔圆的半径。不难看出，由洞口往里，其数值不断减小（图8）。我们知道，最大剪应力作用在与主应力呈 45° 的方位上。

4. 静水压力

图 8 绘出了各处的静水压力值。如图所示, 各处静水压力变化在40千帕左右, 无明显的空间变化规律。

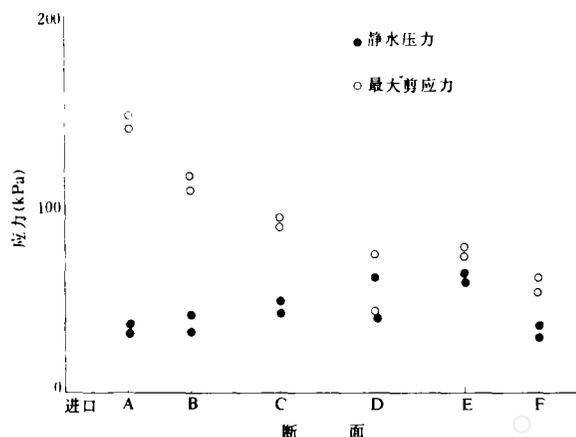


图 8 各断面的最大剪应力和静水压力

Fig. 8. The maximum shear stress and hydrostatic pressure of observed sections

五、结 语

1. 通过冰洞壁上应变圆的变形观测, 可以求出冰洞壁的应变张量, 进而估算出应力张量。目前采用的研究方法是可行的, 达到相当的精确度。
2. 通过冰洞内横竖布置应变圆的系统观测, 可以掌握冰洞内应变张量和应力张量的空间和时间分布规律, 有助于深入对冰川内部动力过程的了解。
3. 由于冰洞的开挖破坏了冰川原有应力、应变状态, 洞壁上的法向和切向应力均已解除, 因此, 所得结果不能代表冰川的真实状况, 但如选择平行流线的洞壁进行观测, 对研究二维的冰内应力、应变状况不失去其参考价值。
4. 当时60余米长的冰洞范围内, 冰洞壁处于压缩状态, 其面积收缩率为 $1.7-11 \times 10^{-2} \text{年}^{-1}$, 作用静水压力为40千帕左右。压缩主应力为100—200千帕之间, 自里至外不断加大, 其作用方向用与水平线的夹角表示 (反时针方向量度)。则, 由里向外不断减少, 由洞里 (E 和 F 处) 的 62° 减少到洞口附近 (A 处) 的 30° , 反映自里至外随着厚度的减少, 垂直压力分量相对不断减少, 水平推力相对不断增加。

参 考 文 献

- [1] 王仲祥等, 1985, 天山乌鲁木齐河源1号冰川冰体流变的现场观测与试验研究, 冰川冻土, 7卷2期。
- [2] 清水弘, 1968, 斜面积雪的内部歪I, 低温科学, 物理篇, 第26辑, 143—166页。

- [3] 雷 纳, M., 理论流变学讲义 (郭友中等译), 10—46 页, 科学出版社, 1965。
- [4] 米恩斯, W. D., 应力与应变 (淮南煤炭学院译), 121—224 页, 煤炭工业出版社, 1980。
- [5] Paterson, W. S. B., *The Physics of Glaciers* (2nd ed.), pp.30—41, Pergamon Press, 1981

(本文于1984年8月15日收到)

Study of the Strain and Stress in the Bottom Layer of Glacier No. 1 in the Urumqi River Headwaters

— Investigation on Artificial Ice Tunnel, Part II

Huang Maohuan, Wang Zhongxiang and Song Genhai

(Lanzhou Institute of Glaciology and Geocryology, Academia Sinica)

Abstract

16 strain circles were fixed to the ice wall of the artificial tunnel, their deformation was observed regularly, strain tensor calculated and stress tensor estimated also. Therefore the space variation characteristic of strain tensor and stress tensor inside the tunnel was made clear, very useful for studying the dynamical process within a glacier.

The ice wall inside the tunnel, 60 m long or so, was in a compressive state with the hydrostatic pressure about 10 kPa and the principal compression stress about 100—200 kPa. The area contract ratio on the wall changed from 1.7 to $11 \times 10^{-2} \text{ year}^{-1}$. The strain rate and compression stress increased from the interior to the exterior. While the inclination of principal compression stress, formed by the minor principal axis and the horizontal line ($< 90^\circ$), gradually decreased from 62 inside (Section E & F) to 30 (Section A) near the entry.