

# 用时间序列模拟和预报天山乌鲁木齐 河源1号冰川年径流总量<sup>①</sup>

宋 强 陈 靖

(华中师范大学地理系, 武汉)

**提 要** 本文把1958—1984年天山乌鲁木齐河源1号冰川的融水径流总量的时间序列 $X(t)$ , 分解为趋势项 $L(t)$ 、周期项 $P(t)$ 、平稳项 $S(t)$ 、随机项 $\varepsilon(t)$ , 使该时间序列表示为 $X(t)=L(t)+P(t)+S(t)+\varepsilon(t)$ 。采用非线性回归提取 $L(t)$ , 用谱分析和Fourier级数提取 $P(t)$ , 余差用自回归方程建模, 用上述项的叠加作出预报, 按相关指数公式计算 $R=0.90$ , 效果良好。

**关键词** 时间序列的分解 谱分析 自回归模型 检验和预报

## 1 计算方法

### 1.1 建立非线性回归方程, 分离趋势项

分析序列 $X(t)$ <sup>②</sup>的变化趋势可知微弱的递增是存在的, 从而 $X(t)$ 是非平稳序列。分离出趋势项 $L(t)$ 是改进原序列平稳性的第一步。为此, 用最小二乘法建立下述形式的回归方程:

$$L(t) = \frac{1}{(a + be^{-t})} \quad (1)$$

其理论依据是只有取这类曲线时, 冰川系统才可能存在稳定解, 不致于无限制地退缩或增长, 而是存在着上下限。经计算求得 $a=0.0069$ ,  $b=0.0045$ , 则:

$$L(t) = \frac{1}{0.0069 + 0.0045e^{-t}} \quad (2)$$

### 1.2 剔除趋势项, 用功率谱分析寻找周期

去掉趋势项后的时间序列, 用功率谱分析并以红噪声谱上限为界, 求得周期 $T=12$  a, 它和太阳黑子活动的周期很接近。在理论上, 谱分析是研究时间序列内部各种周期振动结构的方法, 它把给定的时间序列看成由周期不同的谐波叠加而成, 并且进一步推广到无限长的时间区间上, 从而使得寻找某一周期性振动的贡献分析更为精细。这样一

<sup>①</sup> 本文于1988年元月4日收到, 1988年11月8日改回。

<sup>②</sup> 姜彤 (1987): 天山乌鲁木齐河源1号冰川物质平衡若干问题的研究。

些周期的不同振动, 对实际振动的能量有不同的贡献。显然, 各个波动的能量是周期长度的函数。谱分析指明了在给定序列中, 不同周期的振动所起的作用, 它所求出的周期应是序列中的隐含周期。当然, 随着序列长度的增加, 会求出更多的更接近实际的周期。

用 Fourier 级数展开, 近似推求的周期项  $P(t)$  为:

$$P(t) = -20.5\cos\omega t + 20.97\sin\omega t - 10.3\cos2\omega t - 14.9\sin2\omega t + 33.8\cos3\omega t \\ - 16.3\sin3\omega t - 11.6\cos4\omega t + 13.4\sin4\omega t - 1.8\cos5\omega t - 2.3\sin5\omega t \quad (3)$$

式中  $\omega = 2\pi / 12 = \pi / 6$ 。

### 1.3 建立余差项的自回归方程

前面对序列进行了平稳化处理, 余差只剩下平稳性和随机项, 可用平稳时间序列求其标准化相关函数  $R(\tau)$ , 建立自回归方程 (Box 等, 1970)。首先求相关函数:

$$R'(\tau) = \frac{1}{(n-1)-\tau} \sum_{i=1}^{n-1-\tau} X_i X_{i+\tau} \quad (4)$$

然后求标准化相关函数:

$$R(\tau) = \frac{R'(\tau)}{S_X^2} = \frac{\text{cov}(X_i, X_{i+\tau})}{S_X^2} = \frac{R'(\tau)}{R'(0)} \quad (5)$$

式中  $\tau$  是两变量相隔的时间项数,

表 1 标准相关函数  $R(\tau)$

Table 1 Standardized correlation function  $R(\tau)$

| $R(1)$ | $R(2)$ | $R(3)$  | $R(4)$  | $R(5)$  | $R(6)$  | $R(7)$  |
|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.150  | -0.030 | -0.057  | 0.310   | 0.080   | -0.040  | 0.157   |
| $R(8)$ | $R(9)$ | $R(10)$ | $R(11)$ | $R(12)$ | $R(13)$ | $R(14)$ |
| 0.010  | 0.116  | -0.410  | -0.364  | -0.570  | -0.070  | 0.090   |

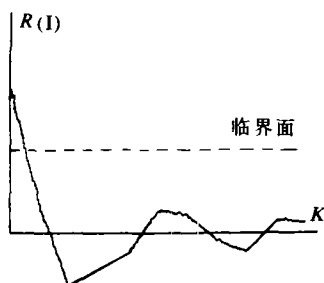
从表中挑选出相关系数最大的点  $R(12) = -0.570$  建立自回归方程:

$$S(t) = -0.57X_{t-12} \quad (6)$$

因为其余各点的相关函数均小于临界标准, 故只取  $R(12)$  这一点建立自回归方程。

### 1.4 残差检验

为了检验提取  $L(t)+P(t)+S(t)$  之后的序列是否仍包含着可提取的信息, 应对残差序列  $\varepsilon(t)$  作信息检验。只有当  $\varepsilon(t)$  为独立的白噪声序列时, 才能认为该模型在理论上已最大限度地反馈了原始序列的信息 (Tong, 1983)。为此, 作  $\varepsilon(t)$  的自相关曲线图, 取显著水平  $\alpha = 0.05$  为标准检验, 结果表明  $\varepsilon(t)$  实属白噪声序列。PC-1500 计算机绘的示意图 1。

图 1  $\varepsilon(t)$  的自相关曲线Fig. 1 The autocorrelation curve of  $\varepsilon(t)$ 

## 2 模型的模拟和预报

根据上面的分析与计算，把趋势项、周期项、平稳项进行外延叠加，对 1985—1989 年的融水径流作出了预报，具体的历史拟合情况和预报值列入表 2。

水文学中常用的模拟效果系数的数学计算式为：

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_m - Q_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Q_m - \bar{Q})^2} \quad (7)$$

式中， $R^2$  是模拟效果系数， $R^2=1$  意味着流量序列被毫无差异地模拟出来了； $Q_m$  是实测的流量值； $\bar{Q}$  是整个模拟时段内实测流量平均值； $Q_i$  是模型模拟的流量值。事实上， $R$  就是所谓的相关指数，经计算  $R=0.90$ ，模拟效果良好。1985—1986 年试报结果令人满意。

## 3 讨 论

(1) 本文资料中的 1966—1979 年序列系杨针娘经综合分析用相关方法插补得到的<sup>[1]</sup>。经研究，其代表性和一致性是良好的，可供统计分析应用。不容置疑，插补资料对建模精度和参数优化都有着较大的影响。从表 2 可看出，百分误差超过 20% 以上的两个值 1974 年和 1976 年均是插补资料。限于目前的实际情况，只好采用插补值来帮助我们分析融水径流规律。

(2) 鉴于大多数水文序列是非平稳序列，在拟合和建模时，对原序列作平稳化处理是历史拟合和预报效果优劣的基础，应予以足够的重视。

本文用提取趋势项、周期项平稳化处理，考虑了由于冰川演变规律引起的趋势变化和周期性，又分析了余差项自身的相关情况，从而具有一定的解剖冰川融水变化内在规律的功能，也符合水文学中对随机序列处理的方法。

<sup>[1]</sup> 宋强, 1987, 用灰色系统理论研究天山乌鲁木齐河源 1 号冰川的初步总结。

表 2 模型的模拟和预报结果(单位:  $\times 10^4 \text{m}^3$ )

Tabel 2 The results of simulation and Predication of the model

| 年       | 1971   | 1972   | 1973   | 1974   | 1975   | 1976   | 1977   | 1978   | 1979   | 1980   |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $t$     | 13     | 14     | 15     | 16     | 17     | 18     | 19     | 20     | 21     | 22     |
| $L(t)$  | 145.90 | 145.90 | 145.90 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 |
| $P(t)$  | -14.19 | -28.75 | 43.28  | 110.09 | 20.74  | -23.72 | 32.17  | 20.78  | -26.72 | -20.03 |
| $S(t)$  | -9.79  | -4.56  | 10.98  | 19.81  | -18.81 | -19.29 | 14.64  | 2.42   | 4.56   | 0.29   |
| $X(t)$  | 121.9  | 112.6  | 200.16 | 275.8  | 147.8  | 102.9  | 192.7  | 169.1  | 123.8  | 126.2  |
| 实测值     | 120.2  | 103.3  | 189.6  | 222.0  | 139.7  | 82.3   | 209.1  | 164.9  | 135.0  | 124.9  |
| 百分误差(%) | 1.4    | 9.0    | 6.0    | 24.2   | 5.7    | 25     | -7.8   | 2.5    | -8     | 1.0    |

| 年       | 1981   | 1982   | 1983   | 1984   | 1985   | 1986   | 1987   | 1988   | 1989   |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $t$     | 23     | 24     | 25     | 26     | 27     | 28     | 29     | 30     | 31     |
| $L(t)$  | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.91 | 145.92 | 145.92 | 145.92 |
| $P(t)$  | 2.27   | -0.83  | -14.19 | -28.75 | 43.28  | 110.09 | 20.74  | -23.72 | 32.17  |
| $S(t)$  | 16.51  | 1.64   | 6.56   | 7.89   | 0.18   | 19.4   | 15.36  | 22.73  | -18.1  |
| $X(t)$  | 164.7  | 146.7  | 138.3  | 125.1  | 189.4  | 275.4  | 182.0  | 144.9  | 160.0  |
| 实测值     | 183.2  | 141.9  | 132.1  | 117.0  | 214.2  | 318.7  |        |        |        |
| 百分误差(%) | -10.1  | 3.4    | 5      | 7.0    | -11.6  | -13.6  |        |        |        |

(3) 用谱分析求得的  $T=12 \text{ a}$  周期反映了近三十年冰川融水的波动, 是时间序列在频率域上的特征, 应该把它视为 1 号冰川融水回复振荡的一个基本指标。滞时  $\tau=-12$  是自回归方程中唯一被选入的一个参数, 它反映了平稳序列中相关性最大两点之间的间隔数。周期  $T=12$  与滞时相同说明了无论是在确定项中 ( $L(t)+P(t)$ ) 还是平稳随机过程中 ( $S(t)+e(t)$ ), 12 年是融水径流序列中的一个循环数, 它一定与 1 号冰川的短期演变和波动存在密切的联系。

(4) 利用时间序列来作预报, 要求有较长的融水径流资料, 但 1 号冰川的观测序列较短, 连同插补资料才 30 年左右, 扣除用于试报的年份, 样本显得少一些, 不能作较长时间的外推预报, 一般 2—4 年就应把新的信息加入, 重新计算, 以此再外推, 效果就会较佳。本模型具有理论基础严密、计算简便、易于掌握、效果良好等特点, 是比较适用的预报模型。改进取决于资料的长度及精度, 计算方法上则可在长序列的前提下引进第二周期甚至第三周期,  $S(t)$  的计算中可增加回归方程中的点数以使得误差平方和尽可能达到最小。

## 参 考 文 献

- Box G. E. P. and Jenkins, G. M. (1970): Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco: Holden-Day.
- Tong, H. (1983): Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis. Lecture Notes in Statistics No. 21, New York: Springer Verlag.

## The Simulating and Forecasting of Yearly Snowmelt Runoff of Glacier No. 1 in the Headwaters of Urumuqi River by Means of Timeseries Analysis

Song Qiang and Chen Jing  
(Huazhong Normal University, Wuhan, Hubei)

## Abstract

The main purpose of this paper is to decompose the time series of snowmelt runoff  $X(t)$  into four terms: (a) trend or longterm movement  $L(t)$ ; (b) seasonality about the trend  $P(t)$ ; (c) stationary term  $S(t)$ ; (d) white noise term  $\varepsilon(t)$ , so that the series can be expressed as

$$X(t) = L(t) + P(t) + S(t) + \varepsilon(t).$$

$L(t)$  is obtained by nonlinear regression and  $P(t)$  by spectral analysis and Fourier Series. After  $L(t)$  and  $P(t)$  have been eliminated, we can establish an autoregressive model for the remainders. By superimposing these terms, we can make the simulation as well as predication. The results are satisfactory.

**Key words:** The decomposition of timeseries, spectral analysis, autoregressive model, checking and forecasting