

文章编号: 1000- 0240 (1999) 03- 0253- 04

天山麦兹巴赫冰川湖突发性洪水分形特征研究

陈亚宁^{1,2}, 杨思全¹, 李卫红¹

(1. 中国科学院新疆生态与地理研究所, 新疆 乌鲁木齐 830011; 2. 西北大学, 陕西 西安 710069)

摘要: 冰川湖突发性洪水具有强烈的随机性和不确定性. 文章以天山麦兹巴赫冰川湖突发洪水为例, 应用其近 40 a 来实测的 37 次冰川突发洪水的洪峰流量等实测资料, 从洪水时间序列出发, 应用非线性动力系统重构技术, 探讨了冰川湖突发洪水的分形特征, 计算得出了关联分维数 D_2 和 Kolmogorov 熵. 结果表明, 冰川湖突发洪水的时序分布具有分形特征, 是其内在的非线性动力系统演化的结果.

关键词: 冰川湖突发性洪水; 麦兹巴赫冰川湖; 分形特征

中图分类号: P343.6 **文献标识码:** A

冰川湖突发性洪水的研究一直为国内外众多专家学者所关注^[1~5], 它不仅仅只是因为冰川湖突发性洪水地理分布的广泛性和对人类社会经济的危害性, 而且还在于该类洪水形成的突发性、出现时间的随机性以及洪水过程的不确定性. 正因为如此, 60~70 年代以来, 虽然一些专家学者对冰川湖突发性洪水的物理机制及数值模拟等方面进行了深入的研究^[6~13], 但冰川湖突发性洪水动力系统的方程仍是未知的, 而动力系统的结构特征就反映在洪水时间序列中. 分形与分维这一新理论、新方法的出现, 使我们揭示冰川湖突发性洪水的复杂系统动力学行为, 识别其内部特征成为可能.

本文以天山麦兹巴赫冰川湖突发性洪水为例, 选择近 40 a 来发生的 37 次冰川湖突发洪水, 针对洪水出现时间、洪峰变化的随机性和不确定性, 从洪水时间序列出发, 应用非线性动力系统重构技术, 研究和识别突发性洪水这一复杂水文过程的内部特征, 为合理构造其动力学预报模型提供基础.

1 分形特性分析

1.1 分形特点

分形 (Fractal) 是描述具有自相似结构的几何

形态的工具^[14~16]. 分形的特点是由分维 (Fractal Dimension) 来描述的. 分维通常用分维数来表达, 其包括相似维数 (Similarity Dimension) D_s 、信息维数 (Information Dimension) D_i 和关联维数 (Correlation Dimension) D_2 等. 它们的定义分别为:

相似维数

$$D_s = \ln N / \ln (1/\beta)$$

式中: N 为整体所含的局部数; β 为整体与局部的相似比.

信息维数

$$D_i = \lim_{r \rightarrow 0} [- \sum P_i(r) \ln P_i(r) / \ln (L/r)]$$

式中: $- \sum P_i(r) \ln P_i(r) / \ln (L/r)$ 为概率事件的申农熵; r 为概率事件的概率.

关系维数

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \ln C(r) / \ln r$$

式中: $C(r)$ 有如下形式:

$$C(r) = 1/N^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H(r - |Y_i - Y_j|)$$

这里, $|Y_i - Y_j|$ 是欧氏距离; $H(Z)$ 是海维赛德 (Heaviside) 函数, 且

收稿日期: 1998- 09- 01; 修订日期: 1999- 03- 09

基金项目: 中国科学院“西部之光”资助项目部分成果

作者简介: 陈亚宁 (1958-), 男, 甘肃人, 副研究员, 西北大学在读博士, 主要从事环境与灾害研究.

$$H(Z) = \begin{cases} 1, & Z \geq 0 \\ 0, & Z < 0 \end{cases}$$

1.2 麦兹巴赫冰川湖突发洪水时序分布

该湖位于中国与吉尔吉斯斯坦边界的天山托木尔-汗腾格里山区,湖面海拔约3 600 m,是由北伊力尔切克冰川表面受阻于南伊力尔切克冰川,并接受来自2支冰川的融水蓄积而成.冰川湖位于北伊力尔切克冰川的第2层表面上,冰川内裂隙广布,内部通道发育,湖水主要是由冰内、冰下通道迅速扩大排出,与气温变化有着密切的关系.其下游昆马力克河协合拉水文站建站以来(1956~1997年),实测麦兹巴赫冰川湖发生突发洪水37次,其中最大洪峰流量为2 200 m³/s(1994年7月),最小为132 m³/s(1966年12月).近40 a来麦兹巴赫冰川湖突发性洪水的时序分布见图1所示.

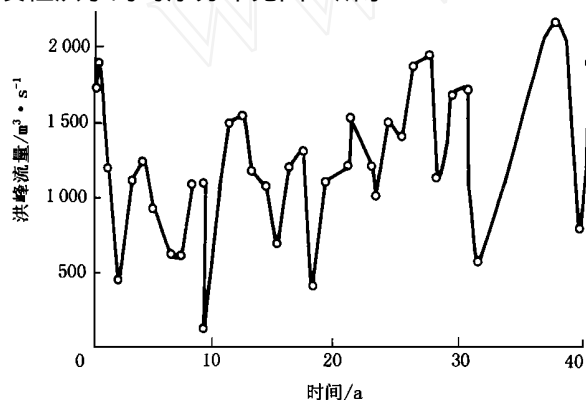


图1 麦兹巴赫冰川湖突发性洪水洪峰流量时序分布^[17]

Fig. 1 Time-series distribution of the peak discharge of the Jokulhlaups from the Lake Metzbakher (1956~1997)

1.3 时序的分维分析

据洪水形成的动力学机制,我们发现,洪峰流量包含着洪水形成的动力信息,而其分维数是反映该系统的一个状态量,它可以采用关联维数来表达.为

此,首先重构相空间,以代替系统的状态空间.

显然易知,近40 a来实测麦兹巴赫冰川湖突发性洪水37次的洪峰流量这一状态空间的拓扑维数为1,故所构建相空间的维数至少应该大于2.现设该湖突发性洪水的洪峰流量的离散时间序列为 $X_1, X_2, \dots, X_{37}$,其中 X_i 为1956年对应的洪峰流量值, X_{37} 为1997年对应的洪峰流量值;又设所构建相空间中的矢量为 $Y_1, Y_2, \dots, Y_k$,其中 Y_k 中附含 X_i 的个数是由所构建相空间的维数 m 来决定的,例如选 $m=3$,则所构建的3维相空间中第一矢量 $Y_1=\{X_1, X_2, X_3\}$,第二矢量 $Y_2=\{X_2, X_3, X_4\}$,第三矢量 $Y_3=\{X_3, X_4, X_5\}$,...,以此类推可得到3维相空间的一个序列.记作:

$$r_{ij} = |Y_i - Y_j|$$

则 r_{ij} 即为矢量 $Y_i - Y_j$ 之间的距离.对于相空间的每一分维值 m ,我们都可以构建一个由 r_{ij} 组成的矩阵(省略),可见,这些矩阵必然是中心轴为0的对称方阵,巧妙地使用这些特殊的矩阵,可以使我们在处理数据方面事半功倍.

接下来,给定一个 r_0 ,然后与所有的点对 (Y_i, Y_j) 的间距离 r_{ij} 相比较,把大于 r_0 的 r_{ij} 数目记为 $N_1(r)$,把小于 r_0 的 r_{ij} 的数目记为 $N_2(r)$,则

$$N(r) = N_1(r) + N_2(r)$$

距离小于 r_0 的点对在所有点对中所占比例记为 $C(r)$. $C(r)$ 有如下计算式

$$C(r) = N_2(r) / N(r)$$

式中: $N_2(r)$ 、 $N(r)$ 可通过前面所构对称方阵而得到.

选取不同的 r_0 ,我们可以得到 $\ln r_0$ 及不同 m 下的 $\ln C(r_0)$ 值.表1为所构对称方阵中数据的处理结果.

这时,建立双对数坐标,根据表1所列数据的

表1 对称方阵数据计算结果

Table 1 Results from the symmetric matrix

r_0	$\ln r_0$	$\ln C_3(r_0)$	$\ln C_4(r_0)$	$\ln C_5(r_0)$	$\ln C_6(r_0)$	$\ln C_7(r_0)$	$\ln C_8(r_0)$	$\ln C_9(r_0)$	$\ln C_{10}(r_0)$
50	3.91	-2.45	-2.95	-2.93	-3.04	-3.08	-3.12	-3.05	-3.25
100	4.60	-1.92	-2.18	-2.19	-2.25	-2.30	-2.31	-2.32	-2.44
200	5.29	-1.26	-1.27	-1.29	-1.32	-1.30	-1.29	-1.30	-1.32
400	5.99	-0.75	-0.76	-0.77	-0.80	-0.81	-0.80	-0.83	-0.84
600	6.39	-0.44	-0.45	-0.46	-0.47	-0.47	-0.47	-0.49	-0.50
800	6.68	-0.23	-0.23	-0.23	-0.24	-0.24	-0.24	-0.25	-0.25
1 000	6.90	-0.12	-0.12	-0.12	-0.12	-0.13	-0.12	-0.13	-0.12
1 200	7.09	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06
1 400	7.24	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.03	-0.02

注: $\ln C_n(r)$ 为 $m=n$ 时的值.

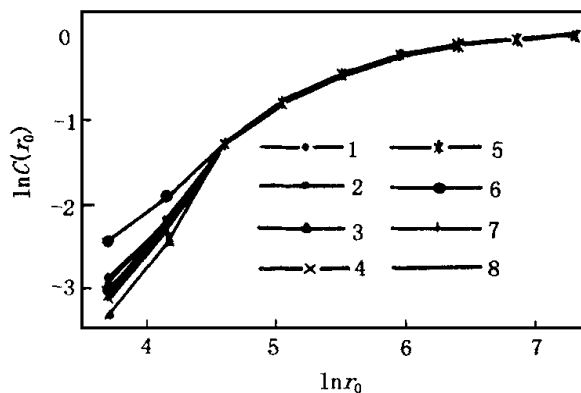


图2 麦兹巴赫冰川湖突发性洪水

$\ln r_0 - \ln C(r_0)$ 关系曲线

1. $m = 3$; 2. $m = 4$; 3. $m = 5$; 4. $m = 6$; 5. $m = 7$;
6. $m = 8$; 7. $m = 9$; 8. $m = 10$

Fig. 2 The relation between $\ln r_0$ and $\ln C(r_0)$ of the Jokulhlaups from the Lake Mertzbakher

处理结果, 做出不同相空间维数 m 下麦兹巴赫冰川湖突发性洪水 $\ln r_0 - \ln C(r_0)$ 关系曲线 (图2)。

从图2可以看出, 当 r_0 取不同值时, 与所构相空间维数 m 相对应的第一条 $\ln r_0 - \ln C(r_0)$ 关系曲线中均存在无标度区, 即线性相关区域。它表明近40 a 来实测麦兹巴赫冰川湖突发性洪水37次洪峰流量的时间序列存在分形特征, 且直线部分的斜率就是当 m 取不同值时, 该时序的关联维数 D_2 。为进一步说明问题, 我们做出不同嵌入维数 m 与关联维数 D_2 的关系曲线 (图3)。

分析图3可见, 当相空间维数 $m \geq 8$ 时, 曲线变化平缓, 即表明关联维数变化趋于相对稳定, 达到一个饱和值, 称之为饱和关联维数 D , 由图3求得 $D = 1.47$ 。取最小相空间维数 $m = 8$, 它表示潜在的动力系统的有效自由度数目。

1.4 Kolomogorov 熵

混沌学家认为, 系统运动变化的周期行为是一

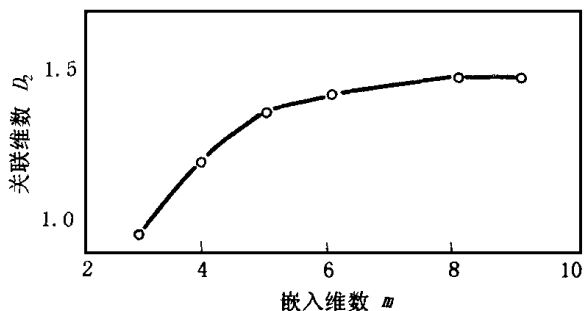


图3 麦兹巴赫冰川湖突发性洪水 D_2 随 m 变化关系

Fig. 3 The relation between D_2 and m of the Jokulhlaups from the Lake Mertzbakher

种有序行为。但在一定条件下, 系统经过周期倍增, 会逐步丧失周期行为而进入混沌态。在混沌学中, Kolomogorov 熵 (K) 就是表征这种周期倍增效应的物理量, 它可以给出轨道在单位时间内产生的平均信息量的一个上、下限, 从而被视为系统混沌特性的判定指标和系统混沌程度的衡量指标。一般而言, 对于有序系统, $K = 0$; 对于随机系统, $K = \infty$; $0 < K < \infty$ 便表征是混沌系统, 且 K 越大, 系统的混沌程度越严重。

Grassberger-Procaccia 提出计算式^[18]:

$$K_2 = \frac{1}{\tau} \cdot \ln \frac{C_m(r)}{C_{m+1}(r)}$$

式中: τ 为滞时, 本文取 $\tau = 1$; $C_m(r)$ 为嵌入维数为 m 时的 $C(r)$ 值; $C_{m+1}(r)$ 为嵌入维数为 $(m+1)$ 时的 $C(r)$ 值。

从理论上讲, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, $K_2 \rightarrow K$ 。实际上, 当 m 足够大时, K_2 便趋于稳定, 可将此相对稳定值作为 K 的估计值。

图4为麦兹巴赫冰川湖突发洪水洪峰流量

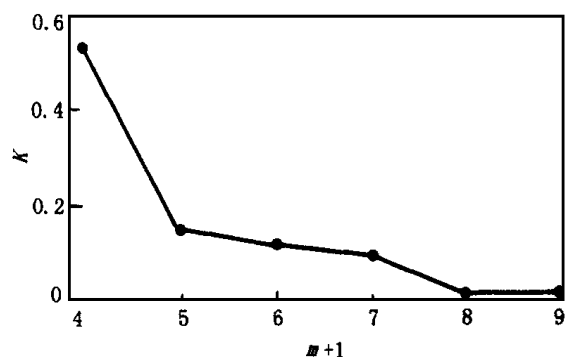


图4 Kolomogorov 熵 (K) 与 $(m+1)$ 关系曲线

Fig. 4 The relation between the Kolomogorov entropy (K) and $m+1$

Kolomogorov 熵随嵌入维数 m 变化的过程曲线 (图4)。由图4可近似地估计出 Kolomogorov 熵 K 值为 0.0198。而正的 K 熵表征该类型洪水过程是混沌的。

2 讨论

通过采用重建相空间技术对天山麦兹巴赫冰川湖1956年以来发生的37次突发性洪水的研究, 可以得出以下几点认识:

(1) 近40 a 来麦兹巴赫冰川湖发生的37次洪水, 在时序分布上具有分形特征, 且该序列是一混沌时间序列, 其饱和关联维数 $D = 1.47$ 。

(2) 饱和关联维数所对应的嵌入相空间的最小维数 $m = 8$, 即当 $m > 8$ 时, 关联维数 D_2 趋近饱和关联维数 D , 从而表明, 麦兹巴赫冰川湖突发洪水动力系统的有效自由度数目为 8.

(3) 麦兹巴赫冰川湖突发性发洪水是冰川作用区冰川融水、冰湖蓄水及其汇泄洪动力系统的输出, 其时间过程十分复杂. $K = 0.0198$ ($0 < K < \infty$) 同样表征冰川湖突发洪水序列具有混沌动力系统的一些特征, 并且 $1/K$ 表示混沌动力系统可预报洪水序列的平均长度 T_p 约为 51 d.

参考文献:

- [1] A irapetians S E, Bakov E K. Morphology of the glacier dammed Lake Merubakhera and dynamics of its catastrophic outbursts [A] . Some Regularities of the Tianshan Glacierization [C] . Frunze, 1971. 75~ 84.
- [2] A itkenhead N. Observations on the drainage of a glacier-dammed Lake in Norway [J] . Journal of Glaciology, 1960, (3): 607~ 609.
- [3] B indschadler R. The important of pressurized sub- glacial water in separation and sliding at glacier bed [J] . Journal of Glaciology, 1983, 29 (101): 3~ 19.
- [4] H ewitt K. Records of natural damming and related events, Indus [J] . J. Water and Power Devel. Auth (Pakistan), 1968, 10 (4) .
- [5] H ewitt K. Natural dams and outburst floods of the karakoram Himalaya [M] . IAHS Publ., 1982. 138: 259~ 269.
- [6] W eertman J. On the sliding of glacier [J] . Journal of Glaciology, 1957, 3 (21): 33~ 38.
- [7] W eertman J. The theory of glacier sliding [J] . Journal of Glaciology, 1964, 15 (39): 279~ 303.
- [8] L ibouty L. General theory of subglacial cavitation and sliding of temperate glaciers [J] . Journal of Glaciology, 1968, 7 (49): 21~ 58.
- [9] N ye J F. Glacier sliding without cavitation in a linear viscous approximation [A] . Proc. of the Royal Society of London, Series A [C] . 1970, 315 (1 522): 381~ 403.
- [10] M atthew s W H. Record of two jokulhlaups [A] . Symposium on Hydrology of Glaciers [R] . IAHS Publ., 1973. 95: 99~ 110.
- [11] C lark G K C. A short history of scientific investigations on glaciers [J] . Journal of Glaciology, 1987 (Special Issue): 4~ 24.
- [12] 张祥松, 周聿超. 喀喇昆仑山叶尔羌河冰川湖突发洪水研究 [M] . 北京: 科学出版社, 1990.
- [13] 陈亚宁. 新疆叶尔羌河冰川突发洪水规律研究 [J] . 自然灾害学报, 1994, 3 (2): 49~ 55.
- [14] M andelbrot B B. The fractal geometry of nature [M] . San Francisco: Freeman Company, 1983. 15.
- [15] 林鸿溢, 李映雪. 分形论 [M] . 北京: 北京理工大学出版社, 1992.
- [16] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用 [M] . 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1995. 93~ 99.
- [17] 刘时银, 程国栋, 刘景时. 天山麦茨巴赫冰川湖突发洪水特征及其与气候关系的研究 [J] . 冰川冻土, 1988, 20 (1): 30~ 35.
- [18] G rassberger P, Prociaccia I. Estimation of the kolmogorov entropy from a chaotic signal [J] . Phys. Rev. A., 1983, 28: 2 591~ 2 593.

A Study of the Fractal Characteristics of Jokulhlaups from the Lake M ertzbakher, T ian shan

CHEN Ya- ning^{1,2}, YANG Si- quan¹, LI Wei- hong¹

(1. X injiang Institute of Geography, CAS, Urumqi X injiang Uygu A utonomous Region 830011, China;

2. N orthw est University, X i'an Shanxi 710069, China)

Abstract: Jokulhlaups have stochastic feature and uncertainty. Based on the statistical data of 37 peak discharges of Jokulhlaups from the Lake M ertzbakher of Tianshan Mountains in recent 40 years, the fractal characteristics of the Jokulhlaups are analyzed from a time series of the Jokulhlaups, and the correlation dimension (D_2) and Kolmogorov entropy are calculated by using the methods of nonlinear dynamic

system rebuilding. The experimental results show that the temporal distribution of the Jokulhlaups has fractal characteristics and the complex hydrological phenomena of Jokulhlaups may result from the evolution of inherent nonlinear dynamic system. The obtained conclusions will be a scientific basis for establishing the time - series forecast model of Jokulhlaups.

Key words: Jokulhlaups; Lake M ertzbakher; fractal characteristics